



Imagen extraída de <http://www.gsom.spbu.ru/en/gtm2014/>

Teorías, juegos, y teoría de juegos

Ricardo Pérez

No todos los juegos son divertidos

Para comenzar este artículo le propongo a usted, sí usted, atento lector, que piense y plantee algunos juegos. El primero de ellos se llamará “atrapando al Chapo” en el que hay dos jugadores, el Chapo y el gobierno que desea capturarlo. Otro juego posible será “el pastel negro”, en donde usted será una firma transnacional que desea entrar a las licitaciones de PEMEX ¿Qué estrategia seguiría para obtener las máximas concesiones del gobierno y aumentar al máximo sus ganancias? O piense que usted es presidente de este país y desea renegociar el tratado de libre comercio ¿qué estrategia seguiría? Me podrían decir que esos asuntos son demasiado serios pero las matemáticas pueden abordar esos y otros tipos de problemas con una teoría conocida como teoría de juegos, que busca determinar la mejor estrategia para obtener el máximo beneficio de una situación como las descritas.

Los juegos también se estudian

Desde 1917 hubo intentos para encontrar la mejor estrategia para ganar un juego de cartas llamado “le Her” (juego de apuesta con naipes) desarrollado por el matemático inglés James Waldegrave, pero hasta el siglo XX se comenzaron a analizar los principios detrás de los juegos de estrategia. El matemático alemán Ernst Zermelo publicó un artículo en 1913 sobre el juego de ajedrez (que es un juego de estrategia), donde utilizó matemáticas para caracterizarlo. Pero a Zermelo no le preocupó cuál

sería la mejor estrategia. La persona que abordó primero esta cuestión fue el matemático francés Émile Borel en 1920, quién demostró la existencia de la mejor estrategia para un tipo particular de juego. Su resultado lo desarrolló de forma más general y amplia John von Neuman, quien demostró que siempre existe una forma de hallar la mejor estrategia que maximiza las victorias en un juego sin importar las reglas de éste, ni las elecciones del oponente. Esto se conoce como el teorema minimax, que Neuman presentó a la sociedad matemática de Göttingen y lo desarrolló por completo hasta 1928 en su artículo titulado “Teoría de los juegos de salón”.



Figura 1. Partida de go. Imagen extraída de <https://www.flickr.com/photos/okinawa-soba/2879120839>

Hasta aquí la teoría de juegos pintaba como algo limitado, pero gracias a Oskar Morgenstern, economista alemán, se dio un giro que permitió que con esta teoría se abordaran problemas como los pronósticos económicos, por ejemplo determinar las condiciones económicas futuras de un país según sus características. Estos pronósticos se utilizan entre otras cosas para elegir la mejor opción para invertir dinero y diseñar una estrategia que maximice la inversión.

En 1938 Morgenstern obtuvo un nombramiento por tres años para dar clases en Princeton, Neumann tenía allí una plaza en el Instituto de Estudios Avanzados; fue entonces que se conocieron y tras varias discusiones se pusieron a escribir un artículo que ligaba el trabajo de Neumann con la economía. El artículo creció tanto que terminó siendo un libro publicado en 1944 bajo el título *Theory of Games and Economic Behavior*.

Dinero, dinero, dinero

Neumann y Morgenstern establecieron analogías entre la física y la economía al hablar de termodinámica. Ellos señalaban que para medir algo como lo hacían los físicos se necesitaba desarrollar una teoría. Por ejemplo en física, para medir la temperatura de un objeto primero se tuvo que desarrollar la teoría del calor y en la economía debía desarrollarse una teoría de manera similar para que los economistas pudieran medir las variables económicas de forma apropiada.

En analogía con la termodinámica que considera la existencia de muchas partículas en movimiento (por ejemplo en un gas) y donde el promedio de las velocidades se relaciona con la temperatura, en economía se puede pensar que la existencia de muchas personas (como compradores y vendedores) genera un resultado colectivo. Neumann y Morgenstern propusieron el dinero como elemento para cuantificar la utilidad y en el libro que ambos escribieron aplicaron la teoría de juegos para describir la manera de encontrar la mejor estrategia para maximizar la utilidad o para hacer mucho dinero.

En su trabajo Neumann y Morgenstern trataban situaciones con dos jugadores en las que sólo era posible que uno de ellos ganara y el otro perdiera todo. Años más tarde el matemático estadounidense John Forbes Nash extendió la teoría de juegos a situaciones más complicadas con más de dos jugadores y donde las partes podían ganar de forma equilibrada.

Juegos y negociación

Nash acarició la posibilidad de ser ingeniero eléctrico, ingeniero químico y luego químico, pero le pareció aburrido, terminó optando por estudiar matemáticas, disciplina en la que sobresalió. En uno de sus cursos sobre economía internacional Nash se puso a pensar en cómo resolver problemas de economía mediante el uso de matemáticas, lo cual lo llevó a escribir un artículo sobre el problema de la negociación. Tiempo después Nash obtuvo una beca en Princeton, en donde asistió a un seminario sobre teoría de juegos y encontró que sus ideas sobre el problema de la negociación encajaban con la teoría de juegos, fue entonces que preparó un artículo con la asistencia de Neumann y Morgenstern. El problema de la negociación representa una forma diferente de la teoría de juegos, ya que los jugadores o participantes comparten intereses comunes y en este caso todos pueden obtener beneficios.



Figura 2. Vladimir Putin y Obama estrechando la mano. Imagen extraída de <http://www.brookings.edu/blogs/up-front/posts/2013/06/14-g8-obama-putin-syria-hill>

Definiendo el juego

Durante este texto se ha mencionado el juego y la teoría de juegos, pero en ningún momento se ha explicado qué es un juego, al menos desde un punto de vista matemático. El lector creerá que estoy jugando con él, pero no es así. En palabras llanas un *juego* se define como una sucesión de acciones que realizan uno o varios jugadores, deben existir una serie de reglas bien definidas que rijan la dinámica del juego, y también debe quedar claro cuando acaba el juego, es decir cómo se define el resultado. Durante el juego existe la *toma de decisiones* (definida como el proceso de elección entre diferentes alternativas), mediante la cual se puede fijar una *estrategia* (entendida como el conjunto de acciones tomadas con el objetivo de obtener un beneficio o ganar algo). Para cada jugador existe un conjunto de estrategias posibles (*perfil de estrategias*) y la combinación de todas ellas determina completamente un juego, es decir, todas las posibilidades que se pueden presentar cuando los jugadores hacen sus movimientos. Por ejemplo en el ajedrez se puede elegir abrir la partida con una apertura bien estudiada, lo cual determina un perfil de estrategias al que puede responder el otro jugador que también contempló sus jugadas y las que puede hacer su contrincante. Cada perfil de estrategias trae consigo un beneficio diferente y este beneficio se evalúa con la función de utilidad (o *payoff* en textos especializados). Cuando en el juego hay dos o más jugadores se dice que es de múltiples jugadores. Éstos pueden ser individuos o equipos de personas y si existe cooperación entre ellos se dice que el juego es cooperativo.

Cuando se juega a las cartas o al dominó no es necesario saber qué tipo de juego se está jugando, pero para estudiar los juegos es necesario clasificarlos. La clasificación actual consta de ocho tipos diferentes de juego según sus características (un mismo juego puede pertenecer a varias categorías):

-*Juegos de suma cero*: en estos juegos las ganancias de un jugador son las pérdidas del otro, es decir que la suma de los *payoffs* es cero. Ejemplos de este tipo de juegos son el ajedrez, el dominó, el go, las damas inglesas y el backgamon.

-*Juegos de estrategia*: en estos juegos es necesario poseer habilidades técnicas para dominar y ganar el juego, como ejemplos de este tipo de juegos tenemos el ajedrez, el go, las damas y el dominó.

-*Juegos cooperativos*: son los juegos en los que los participantes no compiten, sino se esfuerzan para conseguir un objetivo común y obtener beneficios mutuos, como ejemplos tenemos el beisbol y el futbol americano.

-*Juegos simultáneos*: son los juegos en los que los participantes realizan sus jugadas en forma simultánea sin conocer los movimientos anteriores de los otros jugadores, los juegos de azar son un ejemplo de este tipo de juegos.

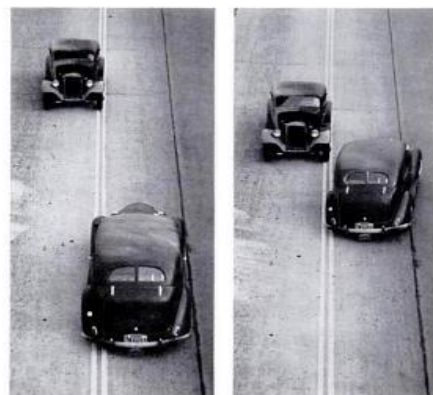
-*Juegos secuenciales*: en estos juegos los participantes tienen algún conocimiento (no necesariamente completo) de las acciones previas, el solitario es un ejemplo de este tipo de

juego.

-Juegos de información perfecta: los jugadores conocen todas las jugadas realizadas previamente, el ajedrez, el go, y el dominó son de este tipo.

-Juegos simétricos: las recompensas de jugar una estrategia dependen únicamente de otras estrategias utilizadas, sin importar quién las juegue. Si es posible intercambiar a los jugadores sin intercambiar las recompensas, entonces el juego es simétrico. El juego de la gallina (cada jugador conduce un vehículo en dirección contraria y el primero en retirarse pierde) y el juego de la caza del ciervo son ejemplos de estos juegos. En este último juego hay dos participantes, ambos van a cazar y deben elegir entre cazar una liebre o un ciervo sin conocer que decide el otro. Si ambos deciden cazar un ciervo deben cooperar para tener éxito en cambio si alguno decide cazar una liebre lo hará solo, aunque la liebre represente un beneficio menor. Este juego es importante para hacer analogías con la cooperación social.

-Juegos asimétricos: son los juegos donde los jugadores no emplean las mismas estrategias, el juego del ultimátum es un ejemplo. Para este juego hay dos jugadores que interactúan de forma anónima y sólo una vez. El primer jugador le propone al segundo cómo se debe dividir una suma de dinero, si el segundo lo rechaza nadie obtiene nada, si lo acepta cada quien obtiene lo que propuso el primero.



ANOTHER VARIETY OF "CHICKEN" is played in two cars. As vehicles approach, each driver keeps his left front wheel on the white center stripe in road. One who finally decides to pull over is, of course, "chicken." Both of these scenes were staged by the Los Angeles Gents Club as examples of what not to do.

Figura 3. Juego de la gallina. Imagen extraída de

<https://www.visualthesaurus.com/cm/wordroutes/games-of-chicken-from-hot-rodders-to-politicians/>

El equilibrio está en todos lados

En física podemos encontrar diversas situaciones en donde el equilibrio está presente, por ejemplo un péndulo en reposo o de temperaturas entre dos cuerpos. También hay equilibrio cuando una reacción química se detiene al mantenerse constante la cantidad de reactivos de los productos. El estudio de estos estados llamados de equilibrio es de gran importancia, ya que conocer el camino que algún

sistema sigue para llegar a él, nos permite predecir en un futuro situaciones similares y también los factores que intervienen en el proceso. En los fenómenos sociales podemos pensar en situaciones estables, comúnmente conocidas como estados de estabilidad social en donde todos los individuos estén satisfechos. La teoría de juegos puede describir estos estados de equilibrio mediante la propuesta de Nash, conocida como el “equilibrio de Nash”.

Imagine un juego con varios jugadores (dos o más) donde cada uno realiza sus jugadas por separado sin colaborar con ningún otro, y cada uno de estos individuos busca obtener el mayor rendimiento posible (ganar más). ¿Existirá siempre un conjunto de estrategias que haga que el juego sea estable y en donde cada jugador obtenga el mayor rendimiento posible y así todos queden satisfechos? Antes de responder lo ideal es reflexionar sobre esta pregunta y ponerla en términos mundanos. Por ejemplo piense en una ruta de camiones (conocidos como micros en el DF) en donde cada uno de los choferes busca obtener más dinero y por eso desean subir más pasaje. Según la pregunta anterior ¿habrá una forma en la que tanto los pasajeros como los choferes estén satisfechos o en la que los pasajeros no vayan como reses y los choferes ganen lo suficiente?

Lo que dice Nash es que tal situación sí existe si los dos jugadores eligen la mejor estrategia posible, suponiendo que ambos son racionales y que buscan maximizar sus propios intereses. Esta situación se considera de equilibrio porque es la mejor situación posible para ambos jugadores, y es conocida como “el equilibrio de Nash”. Para hallarla en cualquier juego se debe identificar la mejor estrategia para cada jugador tomando en cuenta lo que el oponente puede hacer. En el momento en que los jugadores ponen en práctica sus estrategias simultáneamente, se produce el dicho equilibrio.

Los patos lo saben

Una de las premisas de la teoría de juegos es que los jugadores son entes racionales y por ello pueden elegir los mejores movimientos posibles en el juego, pero existe un experimento que cuestiona tal hipótesis realizado por David Harper, un biólogo estadounidense. El experimento que realizó consiste en lo siguiente: hay dos personas con canastas llenas de trozos de pan, cada una del mismo tamaño, que arrojan a un estanque con patos que se acercan para alimentarse. Uno de los sujetos avienta el pan cada cinco segundos y el otro cada 10 segundos: ¿si usted fuera un pato con quién se iría para obtener más alimento? Seguramente pensaría que con el que avienta el pan cada cinco segundos, pero debe tomar en cuenta que otros patos harán lo mismo, entonces debe pensar un poco más. La respuesta, que no es trivial, se determina mediante el equilibrio de Nash.

Sorprendentemente los patos después de un tiempo de batallar logran dar con la configuración en la que todos obtienen el máximo alimento posible, pues una tercera parte se va con la persona que arroja el pan cada diez segundos, y las otras dos terceras partes van con el que lo arroja cada cinco segundos. Si el experimento se complica un poco más por hacer las bolitas de pan de diferente tamaño, asombrosamente los patos vuelven a encontrar el punto de equilibrio de Nash. Este hecho es

sorprendente ya que los patos como seres vivos que son, encuentran situaciones de equilibrio sin meditar sus decisiones, contrario a lo que harían muchos políticos mexicanos.

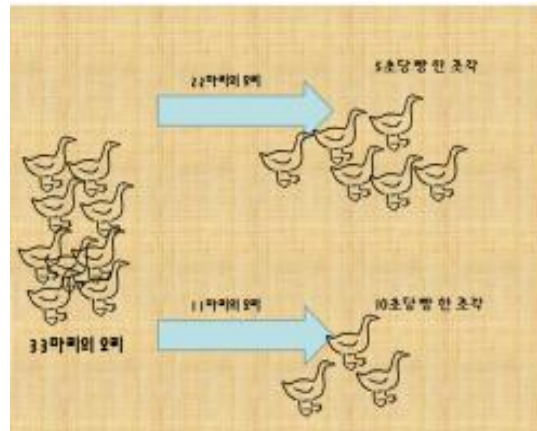


Figura 4. Esquemización del experimento de Harper.

Con esto se abrió la posibilidad de aplicar la teoría de juegos en forma más amplia, ya que no es necesario ser racional; hay una gran variedad de problemas económicos, sociales, culturales como el origen del lenguaje, e incluso fenómenos tan complicados como la evolución de los organismos biológicos, que se pueden abordar con la teoría de juegos.

Jugando con teorías y modelos

Una teoría como la del calor o la de la evolución se forma de un conjunto de modelos coherentes entre sí, es decir, que no se contradicen, y un modelo es una abstracción que nos sirve para explicar hechos del mundo que observamos. Mediante un modelo podemos decir cosas sobre el mundo y su construcción implica poder extraer las variables esenciales de algún fenómeno para explicarlo de la manera más sencilla posible. Como ejemplo podemos pensar en la mecánica cuántica, en donde se tienen diversos modelos como el del átomo, que se pueden complicar tanto como se desee en relación a lo que se quiera describir.

Mediante la observación se busca encontrar relaciones entre sucesos y determinar aquellas que están presentes en un amplio abanico de situaciones. Los modelos buscan ser representaciones simplificadas de los fenómenos, que capten sólo la esencia de la situación, no pueden ser evaluados con ningún criterio absoluto de validez o invalidez, ya que la utilidad de un modelo depende del propósito con el que se creó. Un ejemplo clásico de modelo es el siguiente: se desea conocer la distancia mínima de la ciudad de México a Matamoros y para ello generalmente se utiliza un mapa que surge de la suposición de que la Tierra es plana (esto implica ya un modelo del mundo) cuando en realidad la Tierra es ovalada con irregularidades en su superficie (esto implica otro modelo más acertado).

Además de fenómenos como la refracción de la luz, las reacciones químicas o la presencia de distintos fenotipos en una especie, también hay fenómenos en otros ámbitos como el social, político y económico que estudian las ciencias sociales. La teoría de juegos ha tratado de explicar situaciones (guerras, mercado económico, competencia entre empresas, evolución biológica, etc) mediante modelos que describen el desarrollo de estos fenómenos; mientras más fenómenos pueda explicar esta teoría será más general y robusta.

El conocimiento de esta teoría es aprovechado por grupos (empresas, gobiernos, entre otros) para buscar la mejor estrategia con el fin de obtener más recursos (ganancias a costa de otros países o grupos) por lo que es necesario que en México tengamos más matemáticos que nos defiendan del agandalle de las transnacionales o de otros gobiernos (también del propio)¹, por esta razón debemos motivar a más jóvenes mexicanos a estudiar matemáticas.

Referencias

1. Tom Siegfried, *A beautiful math. John Nash, game theory, and the modern quest for a code of nature*, Joseph Henry press, Washington, D.C., 2001.
2. Graham Romp, *Game theory. Introduction and applications*, Oxford University Press, Gran Bretaña, 1997.
3. Arturo Yee Rendón, *Elección de estrategias ganadoras en el juego de béisbol aplicando el equilibrio de Nash*, tesis de Maestría 2015, disponible en: <http://www.cs.cinvestav.mx/TesisGraduados/2015/TesisArturoYee.pdf>
4. Miguel Ayuso, "Hay una pequeña élite que tiene el poder. Y lo tiene porque sabe matemáticas y tú no", disponible en: http://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2015-07-23/amor-y-matematicas-edward-frenkel-finanzas-inteligencia-artificial_938240/
5. Concha Barrigós, *La importancia de un país se mide por el número de matemáticos por habitante, no por su PIB*, disponible en: <http://www.madrimasd.org/informacionidi/noticias/noticia.asp?id=64326>

1 Ver referencias 4 y 5